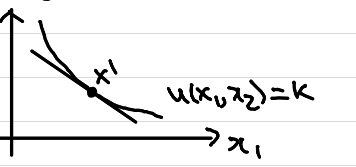
CAPÍTULO 1: Teoría del consumidor

1.A. La ordenación de preferencias

- Tenemos cestas $x = (x_1, \dots, x_n)$ de bienes. Si $x \succsim x'$, x es preferible a x'. Tenemos hipótesis:
  (1) completitud : $x \succsim x'$ o $x \precsim x'$ o $x \sim x'$
  (2) Transitividad
  (3) Reflexividad
  (4) No saturación : si $|x_i| \geq |x_i'|$ $\forall i$ $\Rightarrow x \succsim x'$.
  (5) continuidad
  (6) convexidad estricta (ie. $\alpha x + (1-\alpha)x' \succ x$ o x').
- Podemos utilizar una función de utilidad:
  $u(x) \geq u(x') \iff x \succsim x'$, y con igualdad.
- Si $u(x_1, x_2)$ entonces

$$RMS_{21} := -\left.\frac{dx_2}{dx_1}\right|_{u \text{ constante}}$$

↓
Relación marginal de sustitución



$\hookrightarrow u(x_1, x_2) = K \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial x_2} \cdot \frac{dx_2}{dx_1} + \frac{\partial u}{\partial x_1} = 0 \Rightarrow RMS_{21} = \frac{\partial u / \partial x_1}{\partial u / \partial x_2}$.

1.B El conjunto asequible

- Si la renta disponible del consumidor es M, el conjunto asequible es el conjunto de cestas x tal que

$$\begin{cases} p_1 x_1 + \dots + p_n x_n \leq M \\ x_1, \quad \dots \quad, x_n \geq 0 \end{cases}$$

Es cerrado, acotado, convexo y no vacío si $M > 0$.

1.C La decisión del consumidor

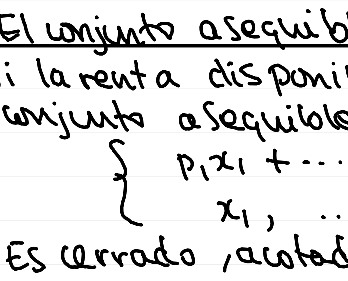
- El problema de elección de la cesta es:
  $\max_{x_1, \dots, x_n} u(x_1, \dots, x_n)$ tal que $\sum p_i x_i \leq M$, $x_i \geq 0$.
- Debido a las hipótesis, existe una solución única global, y el consumidor gastará toda su renta.
- Algunas condiciones: multiplicadores de Lagrange:
  $L = u(x_1, \dots, x_n) + \lambda [\sum x_i p_i - M]$

$$\frac{\partial L}{\partial x_i} = \frac{\partial u}{\partial x_i} - \lambda p_i = 0 \quad , \quad \frac{\partial L}{\partial \lambda} = \sum x_i p_i - M = 0$$

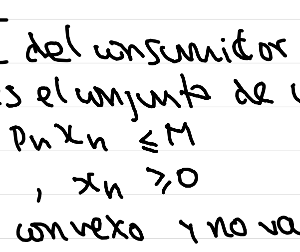
$$\Rightarrow \frac{\partial u / \partial x_i}{\partial u / \partial x_j} = \frac{p_i}{p_j}$$

1.D La estática comparativa de la conducta del consumidor

- Podemos expresar la demanda de un bien como:
  $x_i^* = D_i = D_i(p_1, \dots, p_n, M)$ (= solución a problema anterior).
  $\hookrightarrow$ Función de demanda marshalliana.



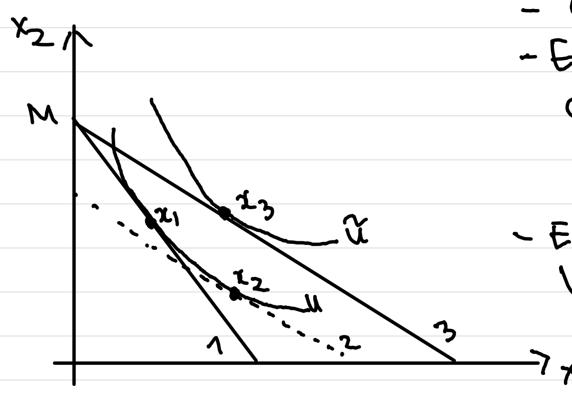
CRC = curva renta-consumo



CPC = curva de precio-consumo

- La forma depende de si son bienes normales/inferiores y en el CPC si son complem. o sustitutos.

- Efecto sustitución y efecto renta



- Cambia P_1
- Efecto sustitución: cómo cambia la composición de x_1, x_2 ante ΔP_1, pero manteniendo la misma utilidad. $= x_2 - x_1$
- Efecto renta: desplazamos la nueva recta hasta volver a renta $= M$. $" \; x_3 - x_2$
- TOTAL $= x_3 - x_1 = (x_3 - x_2) + (x_2 - x_1)$.

- Efecto sustitutivo siempre $\Delta P_1 > 0 \Rightarrow \Delta x_1 > 0$, pero el efecto renta es incierto.

- Curvas de demanda Marshallianas
  - Son del tipo $x = x(P_x, P_y, M)$, y se resuelve con multiplicadores de Lagrange, ej:
    $u(x, y) = x^\alpha y^{1-\alpha}$ con $xP_x + yP_y = M$

Lag. multip.
$$\begin{cases} \frac{\partial u / \partial x}{\partial u / \partial y} = \frac{P_x}{P_y} \Rightarrow \frac{\alpha x^{\alpha-1} y^{1-\alpha}}{(1-\alpha) x^\alpha y^{-\alpha}} = \frac{P_x}{P_y} = \frac{\alpha}{1-\alpha} \frac{y}{x} \\ xP_x + yP_y = M \end{cases}$$

$$\therefore \quad x = \frac{\alpha M}{P_x}, \quad y = \frac{(1-\alpha) M}{P_y}$$

1.E Curvas de oferta y curvas de demanda neta

- Podemos estudiar el caso en el que un individuo comienza con una dotación inicial $\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n$. El problema es indéntico con la restricción presup. siendo $\sum x_i p_i \leq \sum \bar{x}_i p_i := M$.
- Quizás nos interese la demanda neta, ie: $\hat{x}_i := x_i - \bar{x}_i$. El problema de optimización será

$$u(x_1, \dots, x_n) = u(\hat{x}_1 + \bar{x}_1, \dots, \hat{x}_n + \bar{x}_n) := \hat{u}(\hat{x}_1, \dots, \hat{x}_n)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \max \hat{u}(\hat{x}_1, \dots, \hat{x}_n) \\ \text{s.a. } \sum p_i \hat{x}_i \leq 0 \\ \hat{x}_i \geq -\bar{x}_i \end{cases} \rightsquigarrow \text{ ie. } x_i = \hat{x}_i + \bar{x}_i \geq 0.$$

↙ bienes al final

$$\Rightarrow L = \hat{u}(\hat{x}_1, \dots, \hat{x}_n) - \lambda \sum p_i \hat{x}_i.$$

CAPÍTULO : Teoría del Consumidor (Dualidad)

2.A. La función del gasto

- Estudiemos el problema dual: minimicemos el gasto necesario para mantener el mismo nivel de utilidad:

$$\begin{cases} \min \sum p_i x_i \\ \text{s.a} \quad u(x_1,\dots,x_n) \geq u \\ \qquad\qquad x_i \geq 0. \end{cases}$$

$\hookrightarrow L = \sum p_i x_i + \mu\left[u - u(x_1,\dots,x_n)\right]$

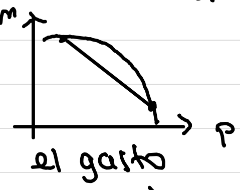
$$\frac{\partial L}{\partial x_i} = 0 \Rightarrow p_i = \mu \frac{\partial u}{\partial x_i}, \quad \frac{\partial L}{\partial \mu} = 0 \Rightarrow u = u(x_1,\dots,x_n)$$

$$\therefore \frac{\partial u/\partial x_i}{\partial u/\partial x_j} = \frac{p_i}{p_j} \rightarrow \text{¡La misma ecuación que antes!}$$

- Llamamos a la solución $x_i = H_i(p_1,\dots,p_n,u)$ la demanda Hicksiana o compensada. Luego,

$$\sum p_i x_i^* = \sum p_i H_i(p,u) = m(p,u) = \text{función de gasto.}$$

- Nótese que el efecto sustitución es $\partial H_i/\partial p_i$
- Algunas propiedades de $m(p,u)$:
  - Cóncava: $m(kp_1 + (1-k)p_2, u) \geq k\,m(p_1,u) + (1-k)m(p_2,u)$ $\hookrightarrow$



  - Lema de Shephard:

$$\frac{\partial m(p,u)}{\partial p_i} = x_i^* = H_i(p,u)$$

$\hookrightarrow$ ie. primera aprox: si Δp_i entonces el gasto debe incrementar en $H_i \Delta p_i$ para mantener la misma u.

  - $\partial m/\partial p_i \geq 0$ por lo anterior.
  - m es homogénea en grado 1: $m(kp,u) = k\,m(p,u)$.
  - m es creciente en u.

2.B La ecuación de Slutsky

- La función indirecta de utilidad u^* es:

$$\underbrace{u(x_1^*,\dots,x_n^*)}_{\text{sol}^{\underline{n}} \text{ al problema de máx.}} = u(D_1(p,M),\dots,D_n(p,M)) = u^*(p,M)$$

Identidad de Roy.

- Si fijamos $u = u^*(p,M) = u^*(p, m(p,u))$

$$\Rightarrow 0 = \frac{\partial u^*}{\partial p_i} + \frac{\partial u^*}{\partial M}\frac{\partial m}{\partial p_i} \Rightarrow \frac{\partial u^*}{\partial p_i} = -\frac{\partial u^*}{\partial M} x_i^* \text{ (Shephard).}$$

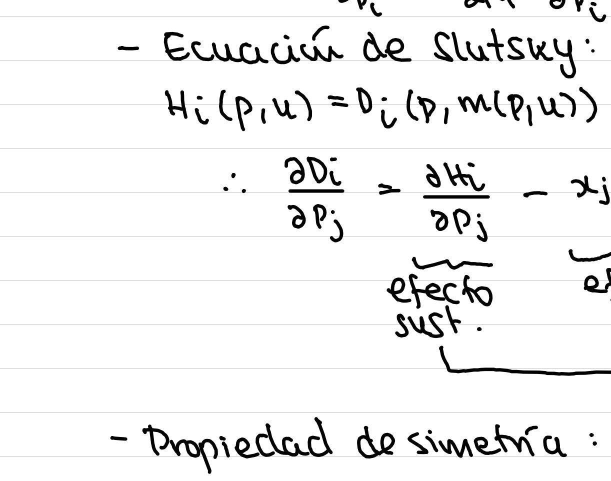
- Ecuación de Slutsky:

$$H_i(p,u) = D_i(p, m(p,u)) \Rightarrow \frac{\partial H_i}{\partial p_j} = \frac{\partial D_i}{\partial p_j} + \frac{\partial D_i}{\partial M}\frac{\partial m}{\partial p_j}$$

$$\therefore \frac{\partial D_i}{\partial p_j} = \underbrace{\frac{\partial H_i}{\partial p_j}}_{\text{efecto sust.}} - \underbrace{x_j \frac{\partial D_i}{\partial M}}_{\text{efecto renta}} \rightarrow \begin{cases} \leq 0 : \text{complementario} \\ \geq 0 : \text{sustitutivo} \end{cases}$$

- Propiedad de simetría: $\frac{\partial H_i}{\partial p_j} = \frac{\partial H_j}{\partial p_i}$ → lema de Shephard.

2.C Medición de las ganancias por cambios en precios



- ¿Cómo respondemos a lo anterior? Si hay un cambio Δp_1 vamos de $A \to B$.
- $A \to C$: CV/p_2 da lugar al máximo gasto que el consumidor querría gastar para comprar la nueva cantidad x_1^B al nuevo precio. = misma utilidad que antes
- $A \to D$: cambio monetario necesario para que con los precios iniciales tengamos u_B.

$$\therefore \begin{cases} u^*(p^0, M^0) = u^*(p^1, M^0 - CV) \\ u^*(p^0, M^0 - EV) = u^*(p^1, M^0) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} CV = M^0 - m(p^1,u^1) = m(p^0,u^0) - m(p^1,u^0) = \int_{p_0}^{p_1} H_1(p,u^0)\,dp \\ EV = m(p^0,u^1) - m(p^1,u^1) = \int_{p_0}^{p_1} H_1(p,u^1)\,dp \end{cases}$$

↑ lema de Shephard.

2.D Mercancías compuestas, separabilidad y homoteticidad

- Una función de utilidad homotética tiene la forma:

$$u = T[f(x_1,\dots,x_n)]. \quad \begin{cases} T: \text{transf. monótona creciente} \\ f: \text{linealmente homogénea.} \end{cases}$$

[Extra: estudiar si sale en el examen].

4. Más modelos de conducta del consumidor

3.A La preferencia revelada

- Axioma débil de la preferencia revelada: si se elige x_0 cuando x_1 se pudo haber elegido $\Rightarrow$ x_0 se revela como preferido a x_1 (= siempre se elige x_0 antes), i.e. $\quad p_0 x_0 \geq p_0 x_1 \quad \Rightarrow \quad p_1 x_0 \geq p_1 x_1$.
- Si asumimos que la función $p \mapsto x$ es inyectiva, toda la teoría que se desarrolle llegará a las mismas conclusiones que la teoría de maximización de la utilidad. Son teorías equivalentes.
- Índices de precios
  - Laspeyres $= LP = \dfrac{\sum p_i^1 x_i^0}{\sum p_i^0 x_i^0}$ ← cesta constante antigua
  - Paasche $= PP = \dfrac{\sum p_i^1 x_i^1}{\sum p_i^0 x_i^1}$ ← cesta actual.

3.B El consumidor como oferente de trabajo

- Incorporemos en la utilidad el ocio: dedicamos z horas a trabajar a un salario w, y el resto se lo dedicamos a ocio:

$$\begin{cases} \max u(x, L) \\ \text{sujeto a} \quad \sum x_i p_i = wz + \bar{M} \\ \text{y} \quad \underbrace{T = z + L}_{} \end{cases}$$

rentas no laborales

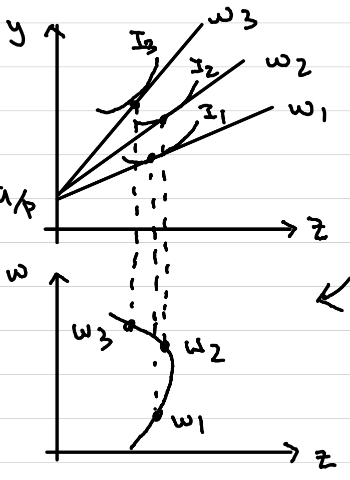
$$\Leftrightarrow \sum x_i p_i + wL \leq \underbrace{M + wT}_{:= F \,=\, \text{máxima renta posible}}$$

- ¡El problema de maximización es idéntico! Ahora el salario w se trata como un precio más.
- Si tratamos a el vector p como constante

$$\begin{cases} \max u(y, z) \\ \text{sujeto a} \quad py = wz + \bar{M} \end{cases} \Rightarrow \text{Lagrangiano} \quad L = u(y,z) + \lambda(\bar{M} + wz - py)$$

$$\therefore \quad -\frac{\partial u/\partial z}{\partial u/\partial y} = \frac{w}{p} = \text{salario real}$$

- Es decir, la tasa marginal de sustitución entre consumo y oferta de trabajo debe ser igual al salario real w/p.
- Esto da lugar a las funciones de oferta de trabajo $z(w, p, \bar{M})$ y demanda de consumo marsh. $y(w, p, \bar{M})$.



Recta presup: $py = wz + \bar{M}$
- Diferentes salarios $w_1 < w_2 < w_3$
- Al principio $\Delta w > 0 \Rightarrow \Delta z > 0$ (i.e. si el salario es bajo, un incremento salarial hace que se quiera trabajar más) ¡Lo opuesto es cierto para rentas altas!
- Se puede descomponer el efecto total entre efecto sust. y renta

3.C Consumo y asignación del tiempo

- Supongamos que el ocio se usa para consumir los bienes comprados. Si tardamos $T_i = t_i x_i$ en consumir x_i entonces:

$$\max_x u(x) \text{ sujeto a } \begin{cases} \sum p_i x_i \leq \bar{M} + wz \\ \sum t_i x_i + z \leq T \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \sum (p_i + w t_i) x_i \leq \bar{M} + wT = F$$

Por lo tanto, llegamos al mismo problema, pero $p_i + t_i x_i$ es el nuevo precio económico completo.

3.D Las economías domésticas

- Expandimos el modelo a familias = dos indiv. Tenemos dos bienes: cada uno dedica t_i a producir el bien doméstico y, y oferta $T - t_i$ unidades de trabajo para producir x.

$$\therefore \begin{cases} y := y_1 + y_2 = h(t_1, t_2) \\ x_1 + x_2 = w_1(T - t_1) + w_2(T - t_2) \end{cases}$$

$\Rightarrow$ Lagrangiano:

$$u^1(x_1, y_1) + \sigma[u^2(x_2, y_2) - \bar{u}^2] \quad \leftarrow \text{Asignación pareto si maximizamos } u_1 \text{ dado } u_2 = \bar{u}_2.$$

$$+ \mu[h(t_1, t_2) - y_1 - y_2]$$

$$+ \lambda[w_1(T - t_1) + w_2(T - t_2) - x_1 - x_2]$$

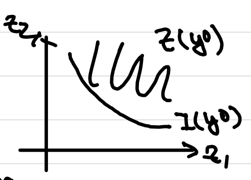
5. La producción

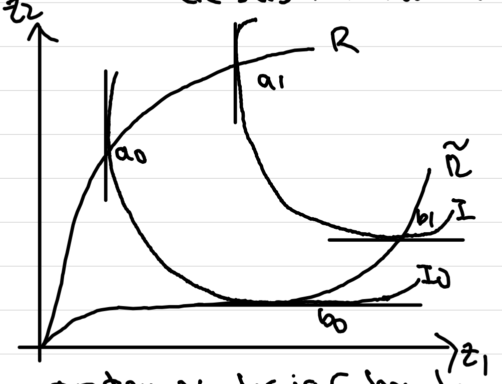
A. Introducción

- Hemos estudiado teorías en una "economía de intercambio puro": individuos con dotaciones iniciales de recursos que intercambian. Por eso, sólo hemos necesitado una teoría del consumo.
- Es insuficiente porque los bienes se pueden transformar en otros: se puede cambiar la dotación inicial de bienes. Necesitamos pues una teoría de la producción.

B. La función de producción

- Estudiaremos dos factores z_1, z_2 y un output y: $y = f(z) = f(z_1, z_2)$.
  - Producción marginal $PMa_i = \dfrac{\partial f_i(z)}{\partial z_i}$.
  - Conjunto de requerimientos factoriales: $Z(y^0) := \{ z : f(z) \geq y^0 \}$.
  - Isocuanta $I(y^0) = \{ z : f(z) = y^0 \}$
  - Relación marginal de sustitución: $-\dfrac{dz_2}{dz_1}\Big|_{dy=0} = \dfrac{PMa_1}{PMa_2}$.





- Todo entre R y $\tilde{R}$ se llama la región económica (i.e. entre a_0 donde $PMa_1 = 0$ y b_0 donde $PMa_2 = 0$). Siempre interesa producir aquí (eficiencia técnica dentro), porque si estamos en I_0 podemos bajar hasta esta zona utilizando menos input.
- La eficiencia de producción ya se consigue estando en una isocuanta (i.e. max. producción dado unos inputs).

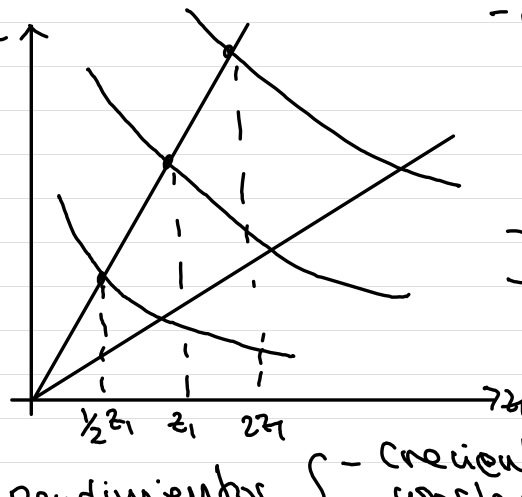
- Elasticidad de sustitución

$$\sigma = \frac{\%\text{ cambio en } z_2/z_1}{\%\text{ cambio en } RMST_{21}} = \frac{d(z_2/z_1)/\,z_2/z_1}{d(f_1/f_2)/\,f_1/f_2} = \text{curvatura de isocuanta}$$

$\to f_i = PMa_i$.

σ más pequeño: un cambio en z_2/z_1 (i.e. pendiente de línea) da lugar a cambios más grandes en tangentes.

C. Variaciones de escala



- ¿Cómo cambia y si variamos $z \mapsto sz$ o z_2/z_1?, i.e. nos movemos en línea hacia fuera o cambiamos de línea.
- s = parámetro de escala.
- Deja $y = f(sz)$, elasticidad de escala es

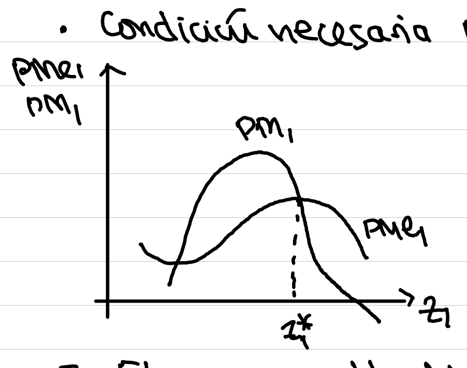
$$E := \frac{d(\ln y)}{d(\ln s)} = \frac{dy}{ds}\frac{s}{y}.$$

Rendimientos
- Crecientes si $E > 1$
- Constantes $E = 1$
- Decrecientes $E < 1$.

- Función homogénea de grado t si $f(sz) = s^t f(z)$. Nótese que $E = t$ aquí.
- Función homotética si $f(z) = F(g(z))$, g linealmente homogénea (i.e. $t=1$) y $F(0) = 0$, $F' > 0$.

D. Variación en las proporciones de los factores

- Productividad media $PMe_1(z_1, z_2^0) = y/z_1$.
- Condición necesaria para maximizar PMe_1 es $PMe_1 = PM_1$, ya que



$$\frac{d}{dz_1}(PMe_1) = \frac{d}{dz_1}\left(\frac{f(z_1, z_2^0)}{z_1}\right) = \frac{1}{z_1}(PM_1 - PMe_1) = 0 \ldots$$

E. El caso multiplicativo

- Reescribimos un poco lo anterior:
  - y = producción
  - $f(z_1, z_2)$ = max. producción posible con z_1, z_2.

$\therefore\ y \leq f(z_1, z_2) \iff g(z_1, z_2, y) := y - f(z_1, z_2) \leq 0$.

La producción es eficiente si $g(z_1, z_2, y) = 0$.

- Supongamos ahora que tenemos factores $y_1, \ldots, y_n$ que se utilizan para producir lo mismo (los llamamos 'netputs'). Entonces, $g(y_1, \ldots, y_n) \equiv g(y) \leq 0$.
- Si $y_i < 0$, el bien i se consume; si $y_i > 0$ el bien se produce.

$$\therefore\ \frac{dy_i}{dy_j} = -\frac{\partial g/\partial y_j}{\partial g/\partial y_i}$$

utilizando $g(y) = 0$ y $y_k = y_k^0$, $k \neq i, j$ (constantes).

6. El coste   pg 117 – 151

A. Introducción

- Ahora introducimos una dimensión temporal puesto que la producción tarda. Introducimos las tomas de decisiones a corto y largo plazo: periodo 0 y 1.
- Nos centramos en un modelo con dos factores:
  - z_1, factor variable: en el periodo 0 podemos usar todo lo que queramos.
  - z_2, factor limitado: en el periodo 0 decidimos cual es la cantidad máxima que podemos consumir en el periodo 1.

    ↳ Se puede interpretar como que los costes de ajuste (ie. coste por Δz_i) son más altos para $i=2$.

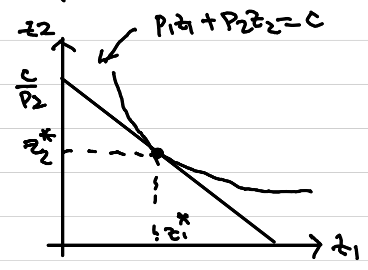
B. Minimización del coste a largo plazo

- A largo plazo, todo es variable así que el problema es

$$\min_{z_1,\dots,z_n} \sum p_i z_i \quad \text{s.a} \begin{cases} \text{(i)} & f(z_1,\dots,z_n) \geq y \\ \text{(ii)} & z_i \geq 0 \end{cases}$$

$$\mathcal{L} = \sum p_i z_i - \lambda\left[f(z_1,\dots,z_n) - y\right]$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{p_i}{p_j} = \frac{\partial f/\partial z_i}{\partial f/\partial z_j}}$$



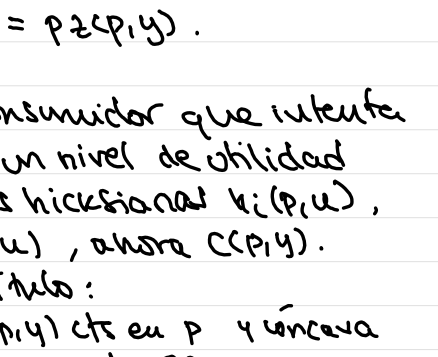
El problema dual de $\max f(z_1,\dots,z_n)$ dado $c = \sum p_i z_i$ da lugar a la interpretación de que el plano representando la restricción presup. ha de ser tangente a la isocuanta $f(z_1,\dots,z_n)$

↳ Eficiencia económica (min. coste de producción)
$\Rightarrow$ Eficiencia técnica $\Rightarrow$ Eficiencia de producción.

- Demandas condicionadas de factores:
  $z_i^* = z_i(p_1,\dots,p_n,y) = z_i(p,y)$, ie. solⁿ al problema de arriba.
- Función de costes $c(p,y) = \sum_i p_i z_i^* = p\,z(p,y)$.

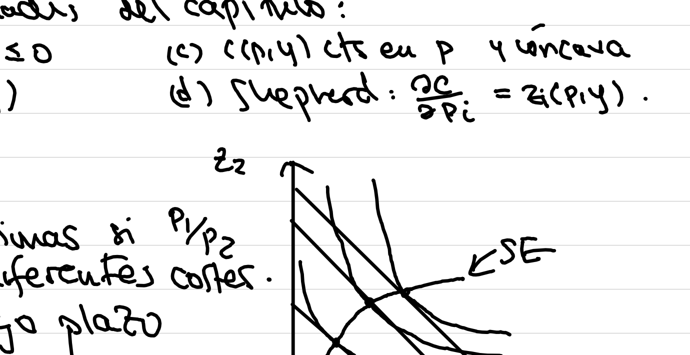
  ↳ Similitud con el problema del consumidor que intenta gastar lo mínimo para alcanzar un nivel de utilidad determinado, eg. antes demandas hicksianas $h_i(p,u)$, ahora $z_i(p,y)$; antes gasto $m(p,u)$, ahora $c(p,y)$.
  Resumimos propiedades del capítulo:
  (a) $\partial c/\partial y \geq 0$, $\partial c/\partial p \leq 0$
  (b) $c(kp,y) = k\,c(p,y)$
  (c) $c(p,y)$ cts en p y cóncava
  (d) Shepherd: $\frac{\partial c}{\partial p_i} = z_i(p,y)$.

- Senda de expansión
  - combinaciones óptimas si p_1/p_2 constante para diferentes costes.



- Curvas de coste a largo plazo
  - Marginal $= \partial c/\partial y$
  - Media $= c/y$.
- Elasticidad respecto a la producción:
  $E_y^c = \frac{\partial c}{\partial y}\frac{y}{c} = \frac{\partial \ln c(p,y)}{\partial \ln y}$

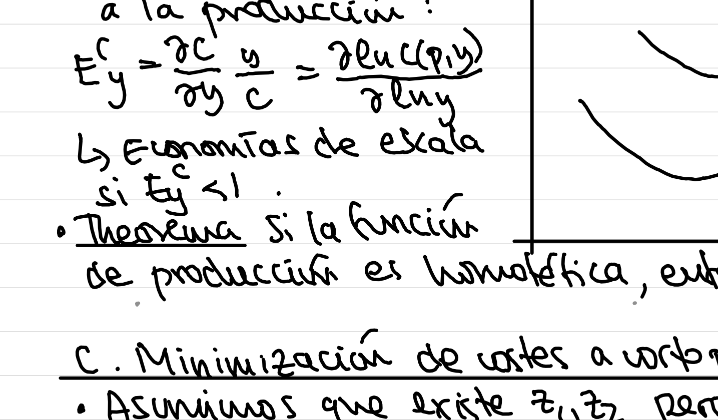
  ↳ Economías de escala si $E_y^c < 1$.



- Theorema: Si la función de producción es homotética, entonces $c(p,y) = a(y)b(p)$.

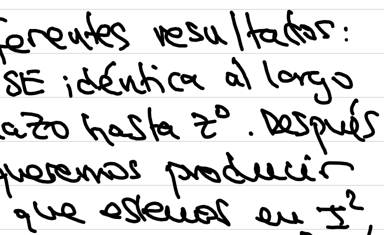
C. Minimización de costes a corto plazo

- Asumimos que existe z_1, z_2 pero tenemos la restricción $z_2 \leq z_2^0$. Dos casos:
  (a) consumimos $\leq z_2^0$ y pagamos $p_1z_1 + p_2z_2$
  (b) Pagamos $p_1z_1 + p_2z_2^0$ (costes fijos).



- Diferentes resultados:
  (a) SE idéntica al largo plazo hasta z^0. Después si queremos producir tal que estemos en I^2, no podemos usar $z_1 = z^2$, debemos usar $z_1 = z^4$ porque $z_2 \leq z_2^0$.
  (b) La SE es $z_2 = z_2^0$. Antes en I_1 utilizábamos $z_1 = z^1$. Ahora, ya que hemos comprado $z_2 = z_2^0$ utilizamos menos z_1 (ie. Δz_1 menos). El coste es mayor ($C_3 > C_1$) porque no hay eficiencia económica (sólo en I^0).

- La propiedad de la envolvente
  - La curva de costes de medio a corto plazo dada la restricción $z_2 = z_2^0$ siempre está por encima de CMeL. Coinciden sólo en el punto de producción y^0 de arriba. Diferentes restricciones $\Rightarrow$ diferentes CMeC. Éstas envuelven a CMeL.



D. Minimización del coste con varias plantas

- Existen varias plantas con costes $c_i(y_i)$. ¿Cómo repartimos '$\bar{y}$' entre ellas?

$$\min_{y_1,y_2 \geq 0} c_1(y_1) + c_2(y_2) \quad \text{s.a} \quad y_1 + y_2 = \bar{y}.$$

- Lagrange $\Rightarrow \frac{\partial c_1}{\partial y_1} = \frac{\partial c_2}{\partial y_2}$ ie. igualar costes marginales si hay convexidad. Dos soluciones:
  (a) Solución interior (ambas plantas activas) da lugar a $c_1'(y_1) = c_2'(y_2)$.
  (b) Solución de esquina (una planta ociosa): ocurre si $c_2'(0) > c_1'(\bar{y})$.

- Si las C son idénticas y convexas $\Rightarrow$ reparto eficiente es igualitario (ie. $y_1 = y_2 = \frac{1}{2}\bar{y}$).
- Si no son convexas, puede haber un monopolio natural (eg. si hay subaditividad: $c(y_1+y_2) < c(y_1) + c(y_2)$). Esto se da con las economías de escala, o en algunos casos con costes fijos.

7. La oferta y los objetivos de la empresa   pg 153-181

- Anteriormente, estudiamos como minimizar los costes de producción al producir una cantidad fija. Ahora incorporamos al modelo como elegir la cantidad a producir (maximización de beneficios).
- Asumimos un mercado competitivo (ie. p dado).

A. Maximización del beneficio a largo plazo

- Problema:

$$\max_{y,z_1,z_2} \pi = py - \sum p_i z_i \quad s.a \quad \overset{\text{venta}}{y} \le \overset{\text{producción}}{f(z_1,z_2)}$$

$$\Leftrightarrow \quad ① \quad \max_y \; py - C(p,y) \quad s.a \; y \ge 0$$

donde $C(p,y) = \min_{z_1,z_2} \{\sum p_i z_i : f(z) \ge y\}$ optimización en dos etapas

$$\Leftrightarrow \quad ② \quad \max_{z_1,z_2} pf(z_1,z_2) - \sum p_i z_i$$

- En el óptimo $d\pi/dy = 0 \Rightarrow p = CMaL(y^*)$
- Condiciones de segundo orden
  $\frac{d^2\pi}{dy^2} = -\frac{\partial^2 C}{\partial y^2} < 0 \Rightarrow CMaL'(y)\big|_{y=y^*} > 0$, ie. coste marginal creciente.
- Comparativas estáticas
  - como $p = CMaL(p_1, p_2, y^*)$, haciendo d/dp sacamos $dy^*/dp = 1/C_{yy} > 0$ y $dy^*/dp_i = -C_{yp_i}/C_{yy}$
    ↑ si $\Delta p > 0 \Rightarrow \Delta y^* > 0$, ie. producción aumenta.
- Decisión de entrada
  - sólo entran si $p \ge CMeL$

B. Maximización de los beneficios a corto plazo

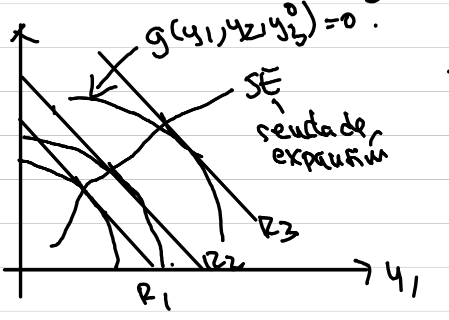
- Ahora, $\max_y \; py - S(p_1, p_2, \bar{z}_2, y)$, $S(\cdot)$ = coste a corto.
  - condición de primer grado $p = \frac{\partial S}{\partial y} = CMaC$
  - Cierra temporalmente si no le cubren los costes medios variables, ie. $p \ge CVMeC$.

C. La empresa multiproducto

- Adoptamos la notación de 4.D (ie. estudiamos la producción neta ya que los productos son también factores). Así que $\pi = \sum p_i y_i$.

  $\therefore \quad \max_y \; py \quad s.a \quad g(y) = 0$ ↙ $f(y_1 \dots y_n) = y \Leftrightarrow g(y) = 0$.

  Lagrange $\Rightarrow \frac{p_i}{p_j} = \frac{\partial g/\partial y_i}{\partial g/\partial y_j} = \frac{g_i}{g_j}$ (*) ← RMS entre los dos factores.

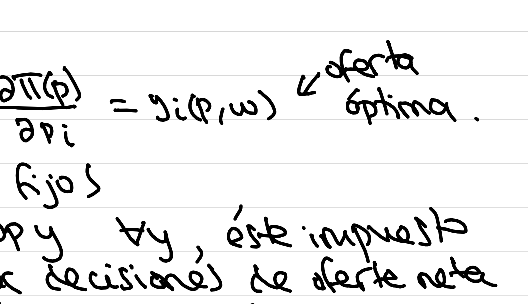


¡Se parece mucho! La condición (*) nos dice que nos situamos en rectas de isoingreso R_i $(p_1 y_1 + p_2 y_2 = R_i)$ cuando son tangentes a $g(y_1, y_2, y_3^i) = 0$ para diferentes $y_3 = y_3^i$.

D. La función de beneficios y la estática comparativa

- Propiedades de $\pi(p,y) = py(p) = \pi(p)$
  (a) $d\pi/dp_i \cdot y(p_i) \ge 0$ (interpretación ...).
  (b) $\pi(tp) = t\pi(p)$
  (c) $\pi(p)$ es convexo en p
  (d) Lema de Hotelling: $\frac{\partial \pi(p)}{\partial p_i} = y_i(p,w)$ ← oferta óptima.

- Impuesto de sociedades y fijos
  - Como $(1-t)py(p) > (1-t)py \quad \forall y$, éste impuesto no tiene efectos sobre las decisiones de oferta neta de la empresa maximizadora de beneficios.
  - Tampoco lo tiene un impuesto fijo T ya que $py(p) - T > py - T$ así que $y(p)$ sigue siendo lo que maximice los beneficios.



E. Empresas dirigidas por el propietario

- Antes maximizamos el beneficio sin tener en cuenta el esfuerzo del empresario. Ahora:

$$\max_E u(\underset{\text{utilidad}}{E}, \underset{\text{esfuerzo}}{y}) = u(E, P(E))$$

producción $y = P(E)$

- Condición de primer orden: $\frac{\partial u}{\partial E} + \frac{\partial u}{\partial y} P'(E) = 0$
  $\Leftrightarrow P'(E) = \frac{-u_E}{u_y}$, ie. pendiente de la curva de beneficio = pendiente de una curva de indiferencia.

F. Empresa gestionada por trabajadores

- Modelo Ward-Vanek:
  - Cada trabajador recibe una renta media de
    $$y = \frac{pf(N,K) - F}{N}$$
    , F = costes fijos, K = capital, N = trabajadores.
  - Así que queremos $\max_N \frac{pf(N,K) - F}{N}$.
  - condición de primer orden $p\frac{\partial f}{\partial N} = \frac{pf(N,K) - F}{N}$,
    ie. valor del producto marginal del trabajo = renta media (difiere de la empresa capitalista donde $p\,\partial f/\partial N = w$).

- Implicación: a veces $\Delta p > 0$ puede hacer que se reduzca el empleo si $pf(N,K) - F$ no crece tanto como $p\partial f/\partial N$.

8 Teoría de los mercados competitivos A, B, C, D

- Anteriormente, estudiamos el comportamiento de consumidores y productores precio aceptantes. Ahora estudiaremos cómo se establecen los precios en el mercado competitivo. Análisis parcial (un mercado aislado sólo) y dejamos el equilibrio general para un futuro.

A. El equilibrio a corto plazo

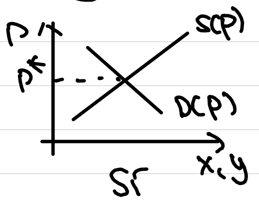
- Demanda del mercado $x = \sum_i x_i = \sum_i D_i(p) = D(p)$
- Oferta de mercado: ← precio factores
  - Empresa j: $y_j = s_j(p, w) = s_j(p, w(z(y(p))))$ ya que precio de los factores depende de la producción total.
  - $y = \sum_j y_j = \sum_j s_j(p) = S(p)$

$$\frac{dy}{dp} = \sum_j \left[\frac{\partial s_j}{\partial p} + \frac{\partial s_j}{\partial w} \frac{dw}{dz} \frac{dz}{dy} \cdot \frac{dy}{dp} \right]$$

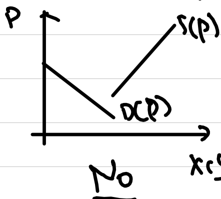
$$\Leftrightarrow \frac{dy}{dp} = \frac{\sum_j \partial_p s_j}{1 - w' z' \sum_j \partial_w s_j} > 0$$

$\therefore$ Algunas empresas pueden tener $s_i(p)$ decrecientes, pero <u>no</u> la industria entera.

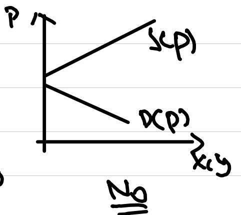
- ¿Cuándo existe equilibrio?



Sí



No



No

- Si $z(p) = D(p) - S(p)$, queremos un p^* tal que $z(p^*) = 0$.
- Por el teorema del valor intermedio, sólo necesitamos que $z(p)$ sea cts en $p = 0$ y que $\exists p^0, p^1$ tal que $z(p^0) > 0$, $z(p^1) < 0$.

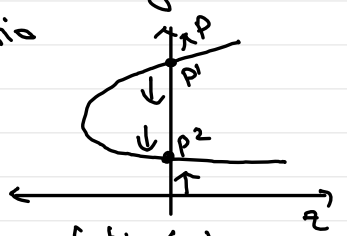
B. Estabilidad del equilibrio – ¿cómo se llega al equilibrio?

- Proceso de tatonnement (walras):
  - Precios se ajustan para igualar oferta y demanda. El ajuste sigue la ED:

$$\frac{dp}{dt} = \lambda z(p) \rightsquigarrow z(p) = \text{exceso de demanda}$$

ej: si $z(p) > 0 \Rightarrow D(p) > S(p) \Rightarrow$ el precio sube.

- Condición de equilibrio estable
  - Matemáticamente $dz(p)/dp|_{p=p^*} < 0$: estabilidad local.
  - Más generalmente, si $z'(p) < 0$: estab. global.
  - Otros casos: ej. p^1 es equilibrio inestable, pero p^2 es equil. estable.



- Marshall
  - Walras estudió la estabilidad de precios, mientras que Marshall enfatizó la estabilidad en cantidades (aunque ambos enfoques son equivalentes).

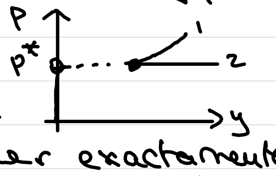
C. Equilibrio competitivo a largo plazo

- En el largo plazo:
  - Cada empresa maximiza su beneficio:

$$p = CMaL(y_i)$$

  - Cada empresa obtiene un beneficio económico nulo: $p = CMeL(y_i)$ (contando coste de oport.).
  - Oferta total = demanda total: $\sum_i y_i = y_D(p)$.
- Curva de oferta del mercado a largo plazo:
  - Si todas las CMa_i tienen forma de 'U' y los precios de los factores no cambian con $y(p)$:

① Discontinuidad en p^*: no se produce en $y < y^*$, $y(p^*) = y_{efic.}$



② Si existe un mecanismo que ajusta el número de empresas para satisfacer exactamente $y(p^*)$, entonces la curva de oferta es horizontal.

  - Si hay rendimientos decrecientes a escala, no hay discontinuidades y la oferta a largo plazo es creciente.

9. El monopolio

A, B, C, D ← sólo primer apartado

A. Introduction

- Estudiamos dos mercados no competitivos (donde el vendedor tiene influencia sobre los precios): monopolio y oligopolio.

B. Determinación del precio y del nivel de producción en el monopolio

- Monopolista elige la cantidad q de producción que maximice su beneficio total:

$$\pi(q) = p(q)\cdot q - c(q)$$

$$\therefore \frac{d\pi}{dq} = p'(q)q + p(q) - c'(q) = 0 \quad \text{ie. } IMa = CMa.$$

$$\Leftrightarrow IMa = p'(q)q + p = p\left(1 + p'(q)\frac{q}{p}\right) = p\left(1+\frac{1}{e}\right)$$

donde $e = \frac{dq}{dp}\frac{p}{q}$ = elasticidad precio de la demanda

- Ya que $e<1$ (ie. $\Delta\% p$ mayor que $\Delta\% q$) vemos que $p > c'(q) = p^*_{comp.\,perfecta}$, ie. el monopolista pone un precio superior al del mercado perfecto.
- La producción óptima ocurre en $e<-1$

- Índice de Lerner: $\frac{p - c'(q)}{p} = -\frac{1}{e}$, medida del poder del monopolio: cuanto más inelastica sea la demanda (ie. $|e|$ pequeño y más se puede subir p sin que haya grandes cambios Δq), mayor será la diferencia entre p y $c'(q)$.

C. Discriminación de precios

- En mercados no competitivos podemos tener discriminación de precios: un mismo bien se vende a precios distintos a diferentes compradores.
- Segmentación de mercado (discriminación de tercer grado):
  - $\max_{q_1, q_2} \; p_1(q_1)q_1 + p_2(q_2)q_2 - c(q_1+q_2)$
  - Condición de primer orden: $IMa_1 = IMa_2 = CMa$.

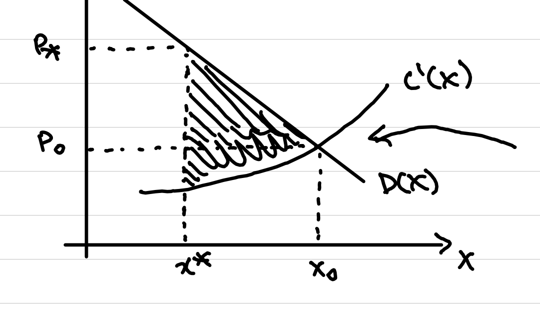
$$\Leftrightarrow \frac{p_1 - CMa}{p_1} = -\frac{1}{e_1}, \quad \frac{p_2 - CMa}{p_2} = -\frac{1}{e_2}.$$

$\Rightarrow$ Precio más alto en el mercado con demanda menos elástica.

  - Gráficamente las curvas de ingreso marginal se suman horizontalmente y q^* es donde corta CMa.
- Discriminación de primer grado:
  - Conoce perfectamente la disposición a pagar de cada consumidor: se extrae todo el excedente del consumidor.
  - Es eficiente (Pareto óptimo) porque cada unidad se vende a $p = CMa$. No hay pérdida de eficiencia pero el monopolista obtiene todo el beneficio posible.
- Discriminación de segundo grado
  - El monopolista ofrece diferentes contratos o tarifas, y es el consumidor el que elige.
  - Se llama autoselección.

D. La pérdida de bienestar

- El monopolio es un fallo de mercado porque es Pareto ineficiente.



Si $P_* =$ precio monopolio,
$P_0 =$ precio comp. perf.
Entonces,

$$\text{Pérdida de bienestar} = \int_{x^*}^{x_0} [D(x) - c'(x)]\,dx$$

= disposición a pagar − coste de producir

= lo que ganaba la sociedad antes y ahora no porque se ha parado de producir entre x_* y x_0.

$\simeq \frac{1}{2}(P^* - P_0)(x^* - x_0)$.

10. Los mercados de factores productivos A, B

A. Demanda de factores productivos

- ¿Cuál es la demanda de factores z_i que realiza una empresa en el largo plazo si maximiza beneficios?
  - Produce $y = f(z_1, z_2)$
  - Ingresa $I(y) = p(y)y = I[f(z_1, z_2)]$ ← ie. sólo depende de z_1, z_2.
  - Maximizan $\max_{z_1, z_2} I[f(z_1, z_2)] - \sum p_i z_i$.

  $\therefore \; I' f_i - p_i = 0 \iff IMa\,PMa_i = p_i$.

  $$\Rightarrow \frac{PMa_1}{PMa_2} = \frac{p_1}{p_2}.$$

- Tenemos que $z_i^* = D_i(p_1, p_2)$

  $\Rightarrow \pi_{max} = I(f(z_1^*, z_2^*)) - \sum p_i z_i^* = \pi^*(p_1, p_2)$.

  - Calculamos que $\frac{\partial \pi^*}{\partial p_k} = -D_k(p_1, p_2)$, y π^* es convexa por lo que $\frac{\partial^2 \pi^*}{\partial p_k^2} \geq 0 \Rightarrow \frac{\partial D_k}{\partial p_k} \leq 0 \Rightarrow$ pendiente negativa.

B. Monopsonio

- Monopsonio = mercado en el cual sólo hay un comprador frente a muchos vendedores.
- Estudiemos el caso en el cual el mercado de un factor productivo z_1 es un monopsonio. El precio de z_1 depende de su demanda, ie. $p_1 = p_1(z_1)$. La única empresa que compra tal producto sigue siendo maximizadora de beneficio:

$$\max_{z_1, z_2} I[f(z_1, z_2)] - p_1(z_1)z_1 - p_2 z_2$$

$$\text{condiciones} \begin{cases} I' f_1 - (p_1 + p_1' z_1) = 0 \\ I f_2 - p_2 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{f_1}{f_2} = \frac{p_1 + p_1' z_1}{p_2}.$$

16. Oligopolio   A, B, C, D pero no pg 458-466.

A. Introducción

- Oligopolio: situación en la que hay interdependencias estratégicas entre un número de empresas.

B. Juegos de una vez

① Modelo de Cournot

- Duopolio donde cada empresa decide que cantidad producir suponiendo una producción rival fija.
- Estructura básica

$$p = a - b(q_1 + q_2)$$
$$\pi_i = p q_i - C(q_i)$$

↳ Cada empresa maximiza π_i dado q_j como fija.

- Condiciones de primer orden da lugar a las curvas de reacción $q_i = R_i(q_j)$. Equilibrio de Cournot - Nash donde intersecan.
- El equilibrio satisface:
  - $q_{cournot} < q_{comp.perf}$.
  - $P_{comp.perf} < P_{cournot} < P_{monop}$.
  - Hay beneficios positivos.

② Modelo de Stackelberg

- Una empresa actúa como líder eligiendo su cantidad primero, mientras que la segunda reacciona (maximizando como en Cournot y obteniendo su curva de reacción). El líder anticipa esa reacción y elige su producción q_L para maximizar su propio beneficio.
- El líder produce más y obtiene un beneficio mayor que el seguidor.

③ Modelo de Bertrand

- Fijan precios en vez de cantidades. Los precios son homogéneos y compran al vendedor con el precio más bajo.
- Si $c'(q_1) = c'(q_2) = c$ entonces sólo hay un único equilibrio de Nash: $P_1 = P_2 = c$.

↳ Paradoja de Bertrand: incluso con sólo 2 vendedores, la competencia de precios da lugar un resultado competitivo.

C. El oligopolio como un juego repetitivo

- Planteamiento general
  - Se parte del duopolio (Cournot o Bertrand), pero ahora las empresas interactúan repetidamente en el tiempo.
  - La amenaza de represalias puede hacer racional mantener un acuerdo (colusión) pero dependerá de: la duración del juego (finito/infinito), el tipo de descuento (r) a los beneficios futuros y la credibilidad de las amenazas.

- Juegos finitos ($t = 1, \dots, T$)
  - La inducción hacia atrás elimina la posibilidad de colusión: en $t = T-1$ se elige el equilibrio no cooperativo, y el razonamiento se repite hacia atrás.

- Juegos infinitos:
  - Beneficio: $V_i = \sum_{t=0}^{\infty} \left(\frac{1}{1+r}\right)^t \cdot \pi_i^t$.
  - Condición para que la colusión sea sostenible:

$$\text{Ganancia inmediata por desviarse} \leq \frac{\delta}{1-\delta} \times \text{pérdida anual durante el castigo.}$$

- Estrategias de castigo
  - Castigo tipo Friedman: si alguien se desvía del acuerdo se castiga permanentemente.
  - Folk theorem (teorema de la tradición oral): cualquier vector de beneficios que sea factible y que cada empresa cobre más que beneficio competitivo, puede sostenerse como un equilibrio perfecto.
  - Estrategia zanahoria y palo: castigo temporal, después retorno a la cooperación.

- Resistencia a la renegociación
  - "Una estrategia es resistente si, tras una desviación, no existen incentivos para renegociar el castigo."

D. Entrada

- Los beneficios extraordinarios sirven como incentivo que atraen a nuevos competidores.
- Barreras a la entrada
  - Absolutas (ej. patentes)
  - Relativas: no impiden, pero colocan a los nuevos en desventaja. Tres fuentes principales:
    a) Imperfecciones en el mercado de capitales (ej. intereses más altos si se requiere gran inversión inicial).
    b) Ventajas de costes específicas (ej. economías de escala / experiencia)
    c) Lealtad del consumidor.
- El monopolista puede mantener a posibles competidores fuera, fijando un precio suficientemente bajo, ie:

$$P = CMe_{\text{nueva empresa}}.$$

- Teoría de juegos: el entrante decide si entra o no, y luego el monopolista decide si entrar en una guerra de precios o no.

$$E[\pi_{entrada}] = (1-\gamma)\,\pi_{no\,lucha} + \gamma\,\pi_{lucha}$$

γ = prob. de que si alguien entre, se peleen.